Ministerio de Educación
Presidencia de la Nación

# Invitación a la LECTURA de la MATEMÁTICA 1

Aportes de Adrián Paenza

Ministerio de
Educación
Presidencia de la Nación

**PRESIDENTA DE LA NACIÓN**
Dra. Cristina Fernández de Kirchner

**MINISTRO DE EDUCACIÓN**
Prof. Alberto Sileoni

PLAN NACIONAL DE LECTURA

**DIRECTORA DEL PLAN NACIONAL DE LECTURA**
Margarita Eggers Lan

**COORDINADORA DISEÑO**
Natalia Volpe

**DISEÑO GRÁFICO**
Juan Salvador de Tullio, Elizabeth Sánchez y Mariana Monteserin

**REVISIÓN**
Silvia Pazos

PIZZURNO 935 (C1020ACA) CABA. TEL: (O11) 4129-1000
planlectura@me.gov.ar - www.planlectura.educ.ar
República Argentina, 2012

---

"Invitación a la Lectura de la Matemática 1"
Aportes de Adrián Paenza.
En *¿Matemática... estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades. Episodio 1.* de Adrián Paenza, Buenos Aires, Siglo XXI Editores Argentina, 2005.
*¿Matemática... estás ahí? Más historias sobre números, personajes, problemas, juegos, lógica y reflexiones sobre la matemática. Episodio 2.* de Adrián Paenza, Buenos Aires, Siglo XXI Editores Argentina, 2006.

Coordinación de los cuadernillos: Margarita Eggers Lan

# Invitación a la LECTURA de la MATEMÁTICA 1

Desde el Plan Nacional de Lectura comenzamos, a través de la matemática, un recorrido por lecturas de otras áreas o disciplinas, buscando un acercamiento a esos textos cuyo interés nos permita penetrar en estos saberes y apropiárnoslos.

Adrián Paenza, con la generosidad que lo caracteriza, nos entrega en parte 1: "Invitación a la Lectura de la Matemática", y nos lleva así por distintos caminos a darnos cuenta de lo divertida y simple que puede ser la matemática, y del aprendizaje de echar a rodar el pensamiento para sacar conclusiones que luego nos servirán a lo largo de toda la vida.

Aprender matemática -así como física, química, lengua, o ciencias sociales- implica aprender los textos de cada una de estas áreas o disciplinas y poder comunicar a través de ellos ideas propias, opiniones, argumentos, conflictos, consensos, acuerdos y desacuerdos. De este modo, aprender a leer estos textos implica un acto de compromiso con la democracia y la ciudadanía activa.

Las prácticas de lectura y escritura juegan un papel esencial en la construcción del conocimiento, ya que son el medio a través del cual regulamos estos procesos. Desde el inicio, nuestras ideas evolucionan y se van complejizando a través del lenguaje. La enunciación, la conversación, el debate, la exposición de ideas posibilitan su génesis y organización, y contribuyen así a la construcción del conocimiento.

Como expresamos en el ejemplar 2, "Literatura y Matemática, un encuentro posible", todo planteamiento matemático aspira, en su máxima expresión, a reproducir un ideal de verdad y belleza. Tal vez por eso se vincula con la literatura, que busca y toma prestados elementos de esta ciencia para expresarse.

El desafío para nosotros, desde el Plan Nacional de Lectura, es poder encontrar esos textos que despierten nuestra curiosidad y nos inciten a seguir leyendo. Hoy la invitada es la matemática.

Bienvenidos todas y todos los que quieran sumarse, convertirse en detectives que encuentren buenas lecturas y las lleven para compartir en el aula, o las envíen para sumar a nuestra página.

**PLAN NACIONAL DE LECTURA**

# Aportes de Adrián Paenza

Si hoy parara a una persona por la calle y le preguntara *¿qué es la matemática?*, probablemente contestaría –si tuviera interés en contestar algo– que *la matemática es el estudio de los números*. Lo cierto es que esta definición tenía vigencia hace unos 2.500 años. O sea, que la información que tiene el ciudadano común respecto a una de las ciencias  básicas es equivalente... ¡¡a la de veinticinco siglos atrás!! *¿Hay algún otro ejemplo tan patético en la vida cotidiana?*

A trazos muy gruesos de la historia, es curioso que no haya habido demasiados cambios en la evolución de la matemática sino hasta mediados del siglo XVII cuando simultáneamente en Inglaterra y en Alemania, Newton por un lado, y Leibniz, por el otro, "inventaron" EL CÁLCULO.

El cálculo abrió todo un mundo de nuevas posibilidades porque permitió el estudio del movimiento y del cambio. Hasta ese momento, la matemática era una cosa rígida y estática. Con ellos aparece la noción de "límite": la idea o el concepto de que uno puede acercarse tanto a algo como quiera aunque no lo alcance. Así "explotan" el cálculo diferencial, infinitesimal, etcétera.

Con el advenimiento del cálculo, la matemática, que parecía condenada a contar, medir, describir formas, estudiar objetos estáticos, se libera de sus cadenas y comienza a "moverse".

Y con esta *nueva matemática*, los científicos estuvieron en mejores condiciones de estudiar el movimiento de los planetas, la expansión de los gases, el flujo de los líquidos, la caída de los cuerpos, las fuerzas físicas, el magnetismo, la electricidad, el crecimiento de las plantas y los animales, la propagación de las epidemias, etcétera.

Sobre el comienzo del año 1900, el conocimiento matemático de todo el mundo hubiera cabido en una enciclopedia de ochenta volúmenes. Si hoy hiciéramos el mismo cálculo, estaríamos hablando de más de cien mil tomos.

Hace tan solo unos veinte años nació la propuesta de una definición de la matemática que tuvo –y todavía tiene– bastante consenso entre los matemáticos: *"La matemática es la ciencia de los 'patterns'* (o de los patrones)".

En líneas muy generales, lo que hace un matemático es examinar "patterns" abstractos. Es decir, buscar peculiaridades, cosas que se repitan, patrones numéricos, de forma, de movimiento, de comportamiento, etcétera. Estos "patterns" pueden ser tanto reales como imaginarios, visuales o mentales, estáticos o dinámicos, cualitativos o cuantitativos, puramente utilitarios o no. Pueden emerger del mundo que nos rodea, de las profundidades del espacio y del tiempo o de los debates internos de la mente.

Como se ve, a esta altura del siglo XXI contestar la pregunta *¿qué es la* *matemática?* con un simple "es el estudio de los números" es, cuanto menos, un grave problema de información, cuya responsabilidad mayor no pasa por quienes piensan eso, sino de los que nos quedamos de este otro lado, disfrutando algo que no sabemos compartir.

*"¿Qué es la matemática?".* En *Matemática... ¿estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades. Episodio 1*, pág. 184-189 (fragmento). Adrián Paenza, Siglo XXI Editores Argentina, 2005.

## Historia de Carl Friedrich Gauss

Muchas veces solemos decirles a los jóvenes que lo que están pensando está mal, simplemente porque no lo están pensando como lo pensamos nosotros. Así les enviamos un mensaje enloquecedor, equivalente al que hacemos cuando les enseñamos a hablar y caminar en los primeros doce meses de vida, para pedirles que se queden callados y quietos en los siguientes doce años.

El hecho es que esta historia tiene que ver con alguien que pensó diferente. Y en el camino, resolvió un problema en forma impensada (para el docente). La historia se sitúa alrededor de 1784, en Brunswick, Alemania.

Una maestra de segundo grado de la escuela primaria (de nombre Buttner, aunque los datos afirman que estaba acompañada por un asistente, Martin Bartels, también) estaba cansada del "lío" que hacían los chicos, y para tenerlos quietos un poco, les dio el siguiente problema: "Calculen la suma de los primeros cien números". La idea era tenerlos callados durante un rato. El hecho es que un niño levantó la mano casi inmediatamente, sin siquiera darle tiempo a la maestra para que terminara de acomodarse en su silla.

–¿Sí? –preguntó la maestra mirando al niño.

–Ya está, señorita –respondió el pequeño–. El resultado es 5.050.

La maestra no podía creer lo que había escuchado; no porque la respuesta fuera falsa, que no lo era, sino porque estaba desconcertada ante la rapidez.

–¿Ya lo habías hecho antes? –preguntó.

–No, lo acabo de hacer.

Mientras tanto, los otros niños recién habían llegado a escribir en el papel los primeros dígitos, y no entendían el intercambio entre su compañero y la maestra.

–Vení y contanos a todos cómo lo hiciste.

El jovencito se levantó de su asiento y sin llevar siquiera el papel que tenía adelante se acercó humildemente hasta el pizarrón y comenzó a escribir los números:

1+2+3+4+5+...+96+97+98+99+100

–Bien –continuó el jovencito–. Lo que hice fue sumar el primero y el último número (o sea, el 1 y el 100). Esa suma da 101.

–Después, seguí con el segundo y el penúltimo (el 2 y el 99). Esta suma vuelve a dar 101.

–Luego, separé el tercero y el antepenúltimo (el 3 y el 98). Sumando estos dos, vuelve a dar 101.

–De esta forma, "apareando" los números así y sumándolos, se tienen 50 pares de números cuya suma da 101. Luego, 50 veces 101 resulta en el número 5.050 que es lo que usted quería.

La anécdota termina aquí. El jovencito se llamaba Carl Friedrich Gauss. Nació en Brunswick el 30 de abril de 1777 y murió en 1855 en Gottingen, Hanover, Alemania. Gauss es considerado el "príncipe de la matemática" y fue uno de los mejores (si no el mejor) de la historia.

De todas formas, no importa aquí cuán famoso terminó siendo el niñito, sino que lo que yo quiero enfatizar es que en general, uno tiende a pensar de una determinada manera, como si fuera "lo natural".

Hay gente que desmiente esto y encara los problemas desde un lugar diferente. Esto no significa que vean así a *todos* los problemas que se les presentan, pero eso importa poco también.

¿Por qué no permitir que cada uno piense como quiera? Justamente, la tendencia en las escuelas, e incluso la de los propios padres, es la de "domar" a los niños (en un sentido figurado, claro), con lo cual lo que se pretende es que vayan por un camino que otros ya recorrieron.

Es razonable que así sea, porque esto ofrece a los adultos, sin ninguna duda, mayores seguridades, pero inexorablemente termina por limitar la capacidad creativa de los que todavía tienen virgen parte de la película de la vida.

Gauss y su manera sutil, pero elemental, de sumar los primeros 100 números, son sólo un ejemplo.*

* ¿Cómo harían ustedes para sumar ahora los primeros mil números? ¿Y los primeros n números? ¿Es posible concluir una fórmula general? La respuesta es así:

$1 + 2 + 3 +\ldots + (n - 2) + (n - 1) + n = \{n (n + 1)\} / 2$

*"Historia de Carl Friedrich Gauss".* En *Matemática... ¿estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades. Episodio 1*, pág. 110-112. Adrián Paenza, Siglo XXI Editores Argentina, 2005.

## Cómo estimar el número de peces en una laguna

Uno de los mayores déficits que tienen nuestros sistemas educativos, cuando se habla de matemática al menos, es que no se nos enseña a *estimar*. Sí. A *estimar*.

Eso sirve, en principio, para aprender a desarrollar el sentido común. ¿Cuántas manzanas tiene una ciudad? ¿Cuántas hojas puede tener un árbol? ¿Cuántos días vive en promedio una persona? ¿Cuántos ladrillos hacen falta para construir un edificio?

Para este capítulo tengo otra propuesta: aprender a estimar la cantidad de peces que hay en un determinado lago. Supongamos que uno está en los alrededores de una laguna. Es decir, un cuerpo de agua de proporciones razonables. Uno sabe que allí es posible pescar, pero querría estimar cuántos peces hay. ¿Cómo hacer?

Naturalmente, *estimar* no quiere decir *contar*. Se trata de poder adquirir una idea de lo que hay. Por ejemplo, uno podría conjeturar que en la laguna hay mil peces o que hay mil millones de peces. Obviamente, no es lo mismo. Pero ¿cómo hacer?

Vamos a hacer juntos una reflexión. Supongamos que uno consigue una red que pide prestada a unos pescadores. Y se pone a pescar hasta conseguir mil peces. Es importante que cualquier procedimiento que se haga para conseguir los mil peces no los mate, porque habrá que devolverlos al agua vivos. Lo que se hace inmediatamente una vez que uno los tiene a todos, es *pintarlos de un color que no se borre con el agua o marcarlos* de alguna manera. Digamos, para fijar las ideas, que los pintamos de amarillo.

Los devolvemos al agua y esperamos un tiempo razonable, en donde "razonable" significa que les damos tiempo para que vuelvan a mezclarse con la población que habitaba la laguna. Una vez que estamos seguros, volvemos a sacar *con el mismo método*, otra vez, *mil peces*. Claro, algunos de los peces que obtenemos ahora estarán pintados y otros, no. Supongamos, siempre a los efectos de hacer las cuentas más fáciles, que entre los mil que acabamos de pescar ahora, aparecen sólo *diez* pintados de amarillo.

Esto quiere decir *que diez entre mil* es la proporción de *peces pintados* que hay en la laguna. (No avance si no comprende este argumento. Si entendió, siga en el párrafo siguiente. Si no, piense conmigo. Lo que hicimos después de pintarlos fue tirar los mil peces a la laguna y darles tiempo a que se mezclaran con los que había antes. Cuando volvemos a sacar nuevamente mil peces, es porque ya les dimos tiempo para que se mezclaran todos y que no se note ninguna diferencia entre los que pintamos antes y los que quedaron en el agua.)

Cuando volvemos a extraer los mil peces y vemos que hay *diez pintados de amarillo*, quiere decir que diez *de cada mil de los que hay en la laguna* están pintados. Pero si bien nosotros no sabemos cuántos peces hay, lo que sí sabemos es cuantos *peces pintados hay.* Sabemos que son mil. Pero entonces, si de cada mil hay diez pintados, (o sea, *uno de cada cien*), y en la laguna sabemos que hay mil pintados, y que los pintados representan el uno por ciento del total de peces, entonces, eso significa que *el uno por ciento de los peces que hay en la laguna es mil.* Luego, en la laguna tiene que haber *cien mil peces*.

Este método, obviamente *no exacto*, provee una estimación, no una certeza. Pero, ante la imposibilidad de *contar* todos los peces que hay, es preferible tener una idea.

*"¿Cómo estimar el número de peces en una laguna?".* En *Matemática... ¿estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades. Episodio 1*, pág. 132-134. Adrián Paenza, Siglo XXI Editores Argentina, 2005.

## Problema de los tres interruptores de luz

Entre todos los problemas que requieren pensamiento lateral, éste es el que más me gusta.

Quiero aclarar que no tiene “trampas”, no tiene “gato encerrado”. Es un problema que, con los datos que se brindan, uno debería estar en condiciones de resolverlo. Aquí va.

Se tiene una habitación vacía con excepción de una bombita de luz colgada desde el techo. El interruptor que activa la luz se encuentra en la parte exterior de la habitación. Es más: no sólo hay un interruptor, sino que hay tres iguales, indistinguibles. Se sabe que sólo una de las “llaves” activa la luz (y que la luz funciona, naturalmente).

El problema consiste en lo siguiente: la puerta de la habitación está cerrada. Uno tiene el tiempo que quiera para “jugar” con los interruptores. Puede hacer cualquier combinación que quiera con ellos, pero puede entrar en la habitación sólo una vez. En el momento de salir, uno debe estar en condiciones de poder decir: “Ésta es la llave que activa la luz”. Los tres interruptores son iguales y están los tres en la misma posición: la de apagado.

Para aclarar aún más: mientras la puerta está cerrada y uno está afuera, puede entretenerse con los interruptores tanto como quiera. Pero habrá un momento en que decidirá entrar en la habitación. No hay problemas. Uno lo hace. Pero cuando sale, tiene que poder contestar la pregunta de cuál de los tres interruptores es el que activa la lamparita.

Una vez más: el problema no tiene trampas. No es que se vea por debajo de la puerta, ni que haya una ventana que da al exterior y que le permita a uno ver qué es lo que pasa adentro, nada de eso. El problema se puede resolver sin golpes bajos.

Ahora les toca a ustedes.

*"Problema de los tres interruptores de luz".* En *Matemática... ¿estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades. Episodio 1*, pág. 155-156 y 218. Adrián Paenza, Siglo XXI Editores Argentina, 2005.

[Solución: ver página 8.]

## La prueba que no se puede tomar

Pensemos juntos esta situación. Un profesor de colegio secundario anuncia a los estudiantes que tomará una prueba “sorpresa” la semana siguiente. Los alumnos cursan un ciclo de doble escolaridad, es decir que concurren a clases a la mañana y a la tarde.

El profesor les dice que la prueba la podrá tomar cualquier día, exactamente a la una de la tarde. Eso sí: ellos se enterarían el mismo día de la prueba, a las ocho de la mañana, ni antes ni después. Y las reglas serían estrictas, en el sentido de que él garantizaba su cumplimiento.

El viernes previo a la semana en cuestión, el profesor anuncia que la prueba se tomará sí o sí. Veamos ahora el siguiente razonamiento que hicieron los alumnos.

Uno dijo:

–El viernes no la puede tomar.

–¿Por qué? –preguntó otro.

–¡Fácil! –retomó el primero en hablar–. Si llegamos hasta el día jueves y no la tomó, eso quiere decir que nosotros sabríamos el mismo jueves que la prueba será al día siguiente, ya que no le queda otra. Pero en ese caso, el profesor violaría su propia regla, ya que dijo que nos enteraríamos el mismo día de la prueba a las ocho de la mañana. Si no la tomó hasta el jueves, ese día nosotros sabríamos que será el viernes. Y eso no puede pasar –terminó contundente.

–No, pero esperá –saltó otro–. Entonces, el jueves tampoco la puede tomar –dijo entusiasmado y entusiasmando a los otros–. Fíjense por qué: como nosotros ya sabríamos que el viernes no la puede tomar (si no la tomó el jueves), entonces, si no la toma el miércoles, sabríamos ese día (el miércoles) que el jueves tiene que tomar la prueba. Pero eso volvería a violar sus propias reglas. Es decir, nosotros sabríamos el miércoles a la mañana, que si la prueba no la tomó ese día, la tendría que tomar el jueves porque el viernes no puede. Y es un lío para él, porque se dan cuenta de que, así siguiendo, podemos demostrar ahora que el miércoles no la puede tomar tampoco, ya que si el martes no la tomó, como no puede hacernos rendir ni el jueves ni el viernes, tendría que ser el miércoles.

El proceso puede continuar hacia atrás, de manera tal de llegar a concluir que la prueba no se puede tomar nunca. O mejor dicho, ¡no se puede tomar ningún día de esa semana! Al menos, no se puede tomar en las condiciones que propuso el docente.

La historia termina acá. La paradoja continúa abierta. Existe mucha discusión sobre ella y hay estudios en varios sentidos, sin que exista un consenso mayoritario sobre cuál es en realidad el problema principal.

Ciertamente, los profesores toman pruebas "sorpresa", de manera que hay algo que no funciona. Esas reglas que puso el docente son incumplibles. O bien el profesor tiene que revisarlas y admitir que los alumnos puedan enterarse el día anterior que la prueba será tomada, o bien el carácter *sorpresivo* será un poco más discutible.

"La prueba que no se puede tomar". En *Matemática... ¿estás ahí? Más historias sobre números, personajes, problemas, juegos, lógica y reflexiones sobre la matemática. Episodio 2*, pág. 105-106. Adrián Paenza, Siglo XXI Editores Argentina, 2006.

## Solución al problema de los tres interruptores de luz

*Lo que uno hace es lo siguiente. Mueve uno de los interruptores (cualquiera) hacia la posición de "encendido" y espera quince minutos (sólo para fijar las ideas, no es que haga falta tanto). Ni bien pasó este tiempo, uno vuelve el interruptor que tocó a la posición de "apagado" y "enciende" uno de los otros dos. En ese momento entra en la habitación.*

*Si la luz está encendida, uno sabe que el interruptor que está buscando es el que movió en segundo lugar.*

*Si la luz está apagada pero la bombita está caliente, eso significa que el interruptor que activa la luz es el primero, el que uno dejó en la posición de "encendido" durante quince minutos (por eso queríamos el tiempo… para que la bombita aumentara su temperatura).*

*Por último, si la bombita está apagada y además, al tocarla, no nota que haya diferencias con la temperatura ambiente, eso significa que el interruptor que activa la luz es el tercero, el que uno nunca tocó.*

## Adrián Paenza

Nació en Buenos Aires en 1949. Licenciado y Doctor en Ciencias Matemáticas (UBA), se desempeñó como docente durante muchos años en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la misma universidad.
Además de su trayectoria como periodista en los medios televisivo, radial y gráfico, desarrolla desde hace años una importante actividad centrada en el periodismo de divulgación científica; y sus libros, de gran éxito editorial, se han traducido a varios idiomas.
Actualmente, también dirige el programa Alterados por Pi, en Canal Encuentro.
Entre otros, recibió el premio Konex de Platino (2007) y el premio Martín Fierro en diversas oportunidades.

## ¿Querés leer más de este autor?

*Matemática... ¿estás ahí?* (En distintos volúmenes: Episodio 1; Episodio 2; Episodio 3,14; Episodio 100)
*Matemática... ¿estás ahí? La vuelta al mundo en 34 problemas y 8 historias.*
*¿Cómo, esto también es matemática?*

## ¿Querés saber más de este autor?

*http://cms.dm.uba.ar/material/paenza*
(Sitio desde donde pueden bajarse los libros en versión electrónica, para uso personal)

*http://www.encuentro.gov.ar/Event.aspx?Id=120*

Ministerio de Educación
Presidencia de la Nación

ARGENTINA
UN PAIS CON BUENA GENTE

PLAN NACIONAL DE LECTURA
PROGRAMA EDUCATIVO NACIONAL PARA EL MEJORAMIENTO DE LA LECTURA